

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 19.11.2024

Тема: «Основные понятия комбинаторики»

1. Новый материал (конспект в тетрадь)

В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитать число комбинаций.

Такие задачи называются комбинаторными задачами, а раздел математики, в котором рассматриваются эти задачи, называется **комбинаторикой**.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова *combine*, которое означает «соединять», «сочетать».

Факториал

1. Факториал – произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

пример:

Вычислить

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$1! = 1$$

$$0! = 1$$

пример:

$$\frac{8! - 6!}{55}$$

Вычислить

Вынесем в числителе 6! за скобки:

$$\frac{8! - 6!}{55} = \frac{6!(7 \cdot 8 - 1)}{55} = \frac{6!(56 - 1)}{55} = \frac{6! \cdot 55}{55} = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Ответ: 720

пример:

Вычислить $\frac{6! + 7!}{5!}$

Вынесем в числителе 5! за скобки, получим

$$\frac{6! + 7!}{5!} = \frac{5!(6 + 6 \cdot 7)}{5!} = 6 + 42 = 48$$

Ответ: 48

Перестановки

2. Комбинации из n элементов, которые отличаются друг от друга элементами, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются перестановками

$$P_n = n!$$

пример:

Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?

Решение:

$$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Ответ: 24.

пример:

Сколькими способами можно разместить на полке 5 книг?

Решение:

Способов размещения книг на полке существует столько, сколько существует различных перестановок из пяти элементов:

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 \text{ способов.}$$

Ответ: 120.

Размещения

3. Комбинации из m элементов по n элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются размещениями

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

пример:

Сколькими способами можно вызвать к доске 4 студента из 7?

Решение:

$$A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$$

Ответ: 840.

пример:

Сколько вариантов расписания можно составить на один день, если всего имеется 16 учебных предметов, а в расписание на день могут быть включены только три из них?

Решение:

$$A_{16}^3 = \frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16}{13!} = 14 \cdot 15 \cdot 16 = 3360$$

Ответ: 3360

Сочетания

4. Сочетаниями все возможные комбинации из m элементов по n , которые отличаются друг от друга по крайней мере хотя бы одним элементом

$$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

пример:

Сколькими способами можно выбрать трех человек в президиум, если на собрании присутствуют 5 человек?

Решение: $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10.$

Ответ: 10

пример:

Из 15 человек туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: $C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = 455.$

2. Домашнее задание

Проработать конспект по тетради и конспект отправить на электронную почту oles.udalova@yandex.ru